II 1993

1 2 /

ТУ–19–241–82

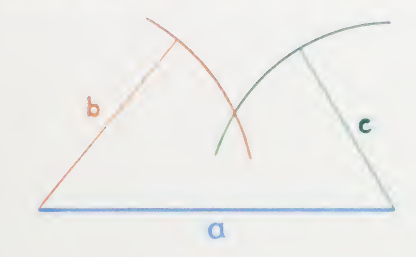
8

3.

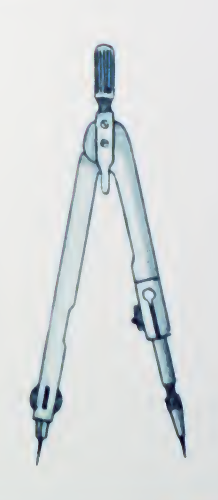

студия
ДИАФИЛЬМ

07—3—588

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

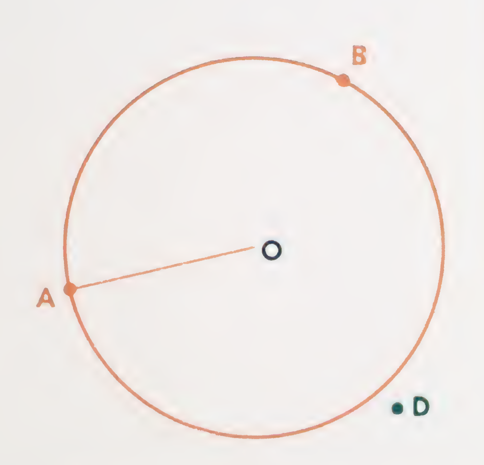






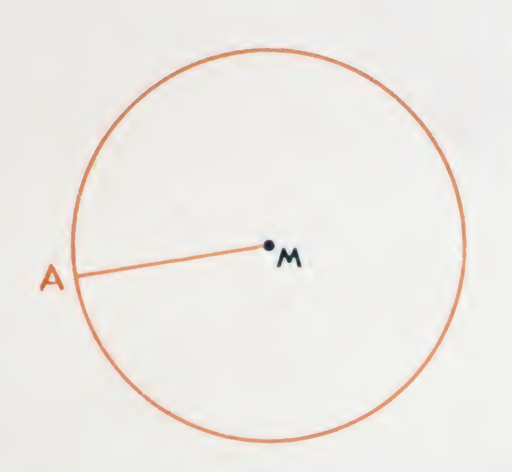


Диафильм по математике для VI класса



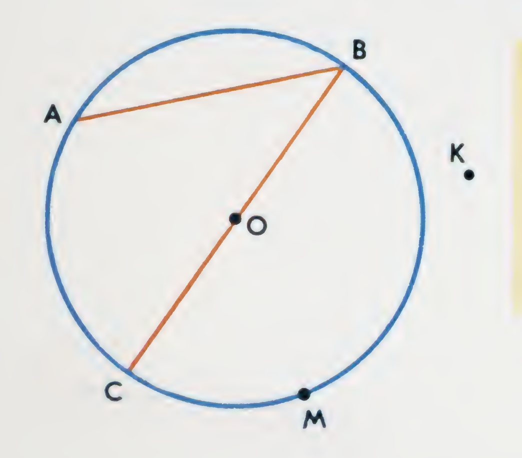
Окружностью называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, равноудаленных от данной точки—центра окружности.

Расстояние от центра O окружности до лежащей на ней точки A равно 5 см. Докажите, что расстояние от точки O до точки B этой окружности равно 5 см, а расстояние от O до точек C и D, не лежащих на ней, не равно 5 см.



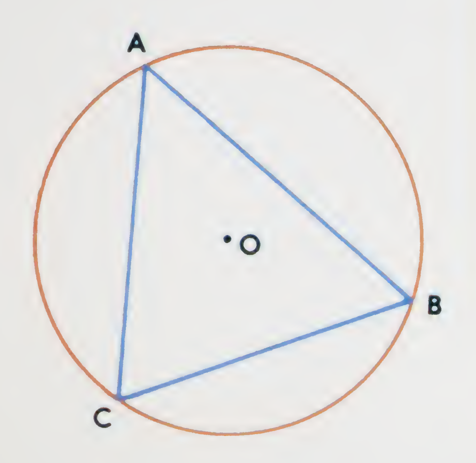
Радиусом называется расстояние от центра до любой точки окружности и отрезок, соединяющий центр с любой точкой окружности.

Точки X, У, Z лежат на окружности ℓ с центром M.
Является ли радиусом этой окружности
1) отрезок MX;
2) расстояние от точки M до точки У;
3) отрезок XZ?



Хордой называется отрезок, соединяющий две точки окружности. *Диаметром* называется хорда, проходящая через центр.

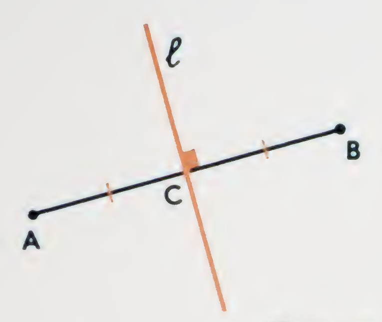
Докажите, что BC — диаметр.
Докажите, что диаметр равен двум радиусам.



Окружность называется *описанной около треугольника*, если она проходит через все его вершины. В этом случае треугольник называется *вписанным* в окружность.

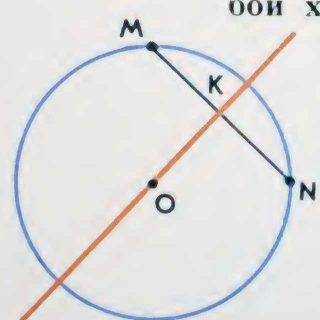
Докажите, что стороны вписанного треугольника являются хордами описанной около него окружности.

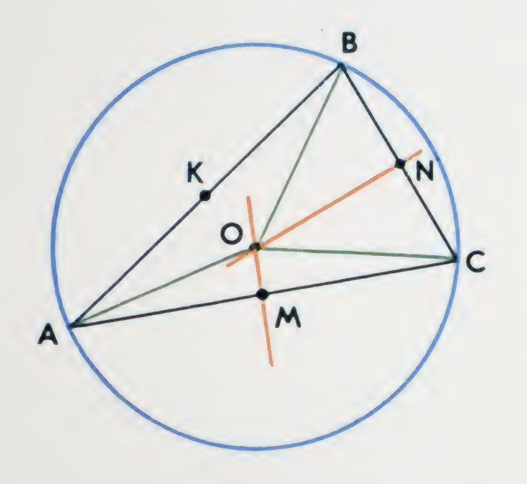




Серединным перпендикуляром к отрезку AB называется прямая, проходящая через середину отрезка AB перпендикулярно к нему.

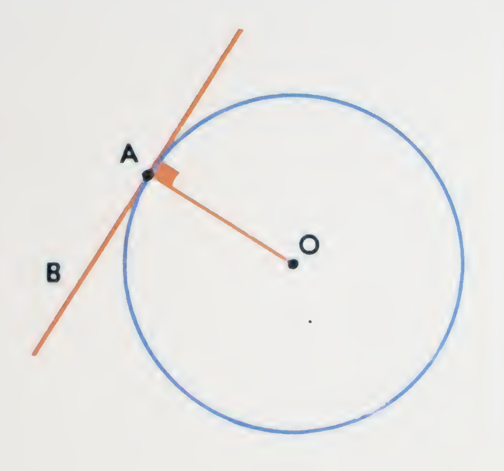
Докажите, что центр окружности лежит на серединном перпендикуляре к любой хорде этой окружности.



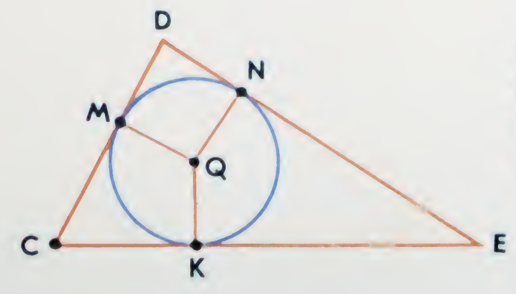


Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

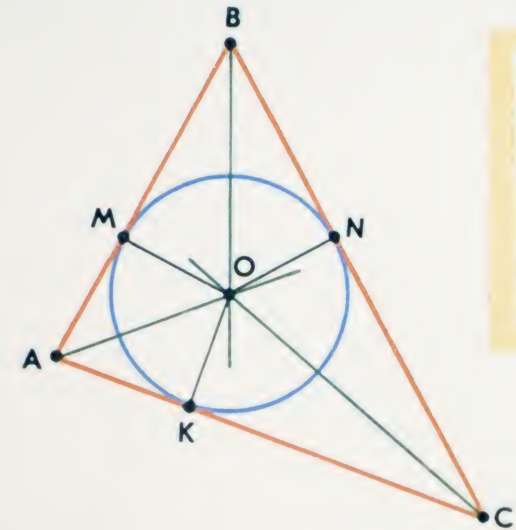




Касательной называется прямая, проходящая через точку окружности перпендикулярно радиусу, проведенному в эту точку. Общая точка окружности и касательной называется точкой касания.



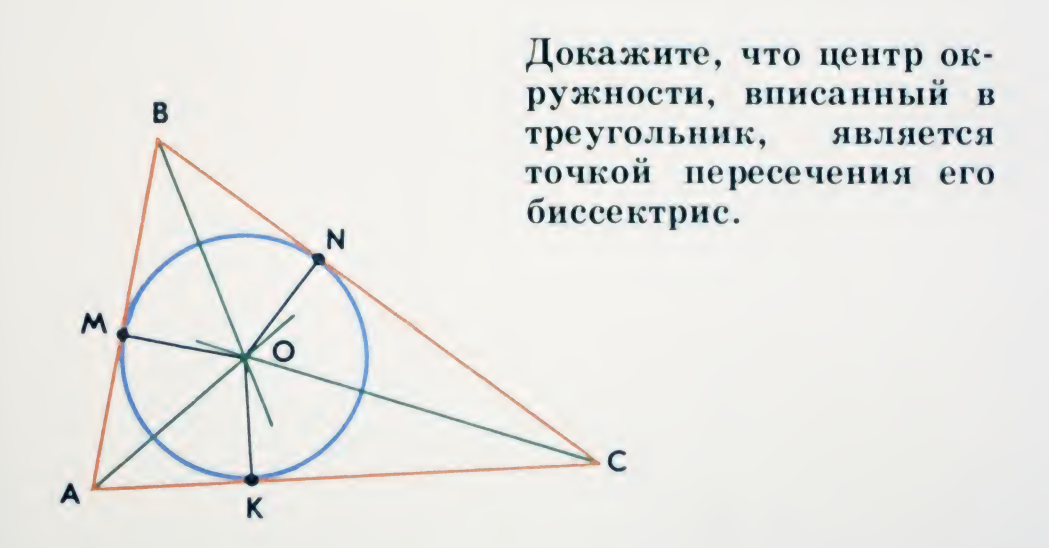
Окружность касается всех сторон треугольника CDE. Какие выводы на основании этого можно сделать?

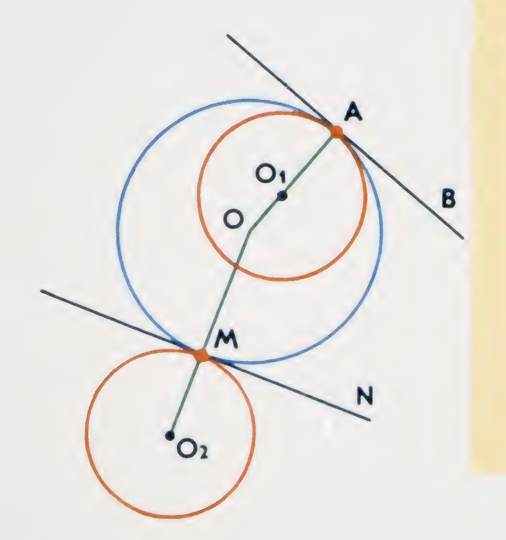


Окружность называется вписанной в треугольник, если она касается всех его сторон. В этом случае треугольник называется описанным около окружности.

Треугольник ABC — описанный около окружности. Какие из треугольников AOM, MOB, BON, NOC, COK, KOA — равные?

Докажите, что центр окружности, вписанный в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.

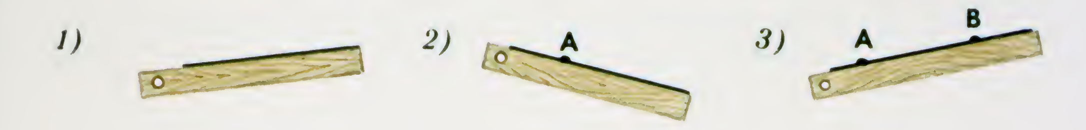




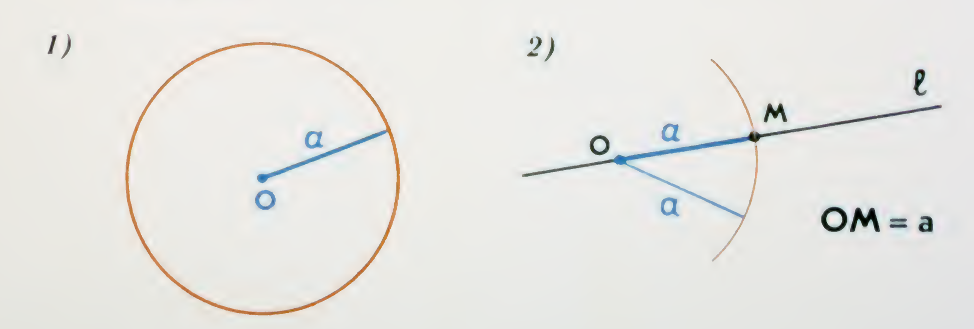
Две окружности, имеющие общую точку, касаются, если они имеют в этой точке общую касательную.
Если центры касающихся окружностей расположены по разные стороны общей касательной — касание внешнее, если по одну сторону — внутреннее.

Докажите, что если окружности с центром O и O_1 имеют единственную общую точку, то прямая, перпендикулярная OO_1 и проходящая через эту точку, является их общей касательной.

С помощью линейки можно провести прямую.

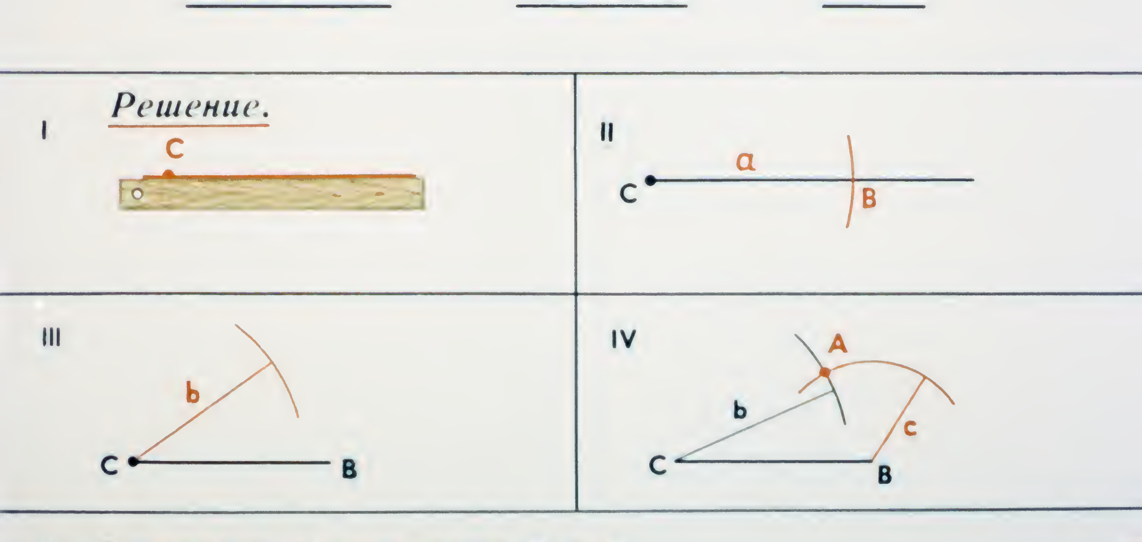


С помощью циркуля можно описать из данного центра окружность данного радиуса.

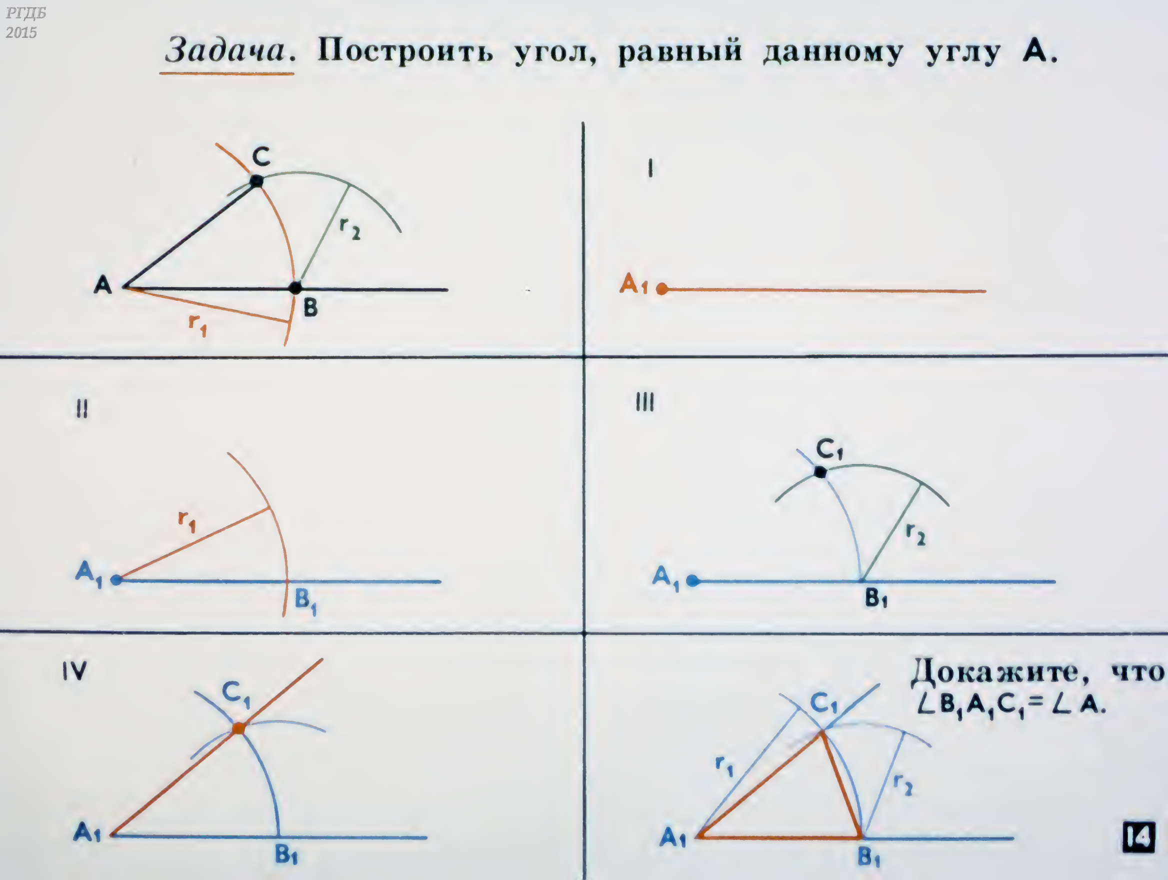


Задача на построение решена, если 1) указан способ построения фигуры; 2) доказано, что построенная фигура имеет требуемые свойства.

Задача. Построить треугольник ABC с данными сторонами a, b, c.



V Соединяем A с точками B и C.


РГДБ 2015
Задача. Построить угол, равный данному углу А.
C
A
B
r2
r1
I
A1
II
r1
A1
B1
III
C1
r2
A1
B1
IV
C1
A1
B1
Докажите, что
∠B1A1C1 = ∠A.
C1
r1
r2
A1
B1
14

Задача. Построить биссектрису угла A.

I

C

r_1

A

B

II

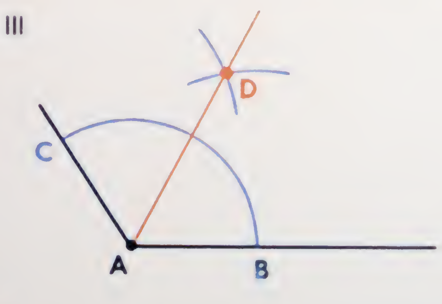
r

C

r

A

B

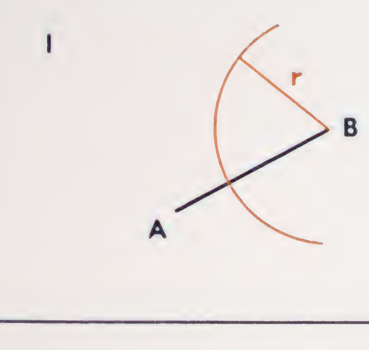




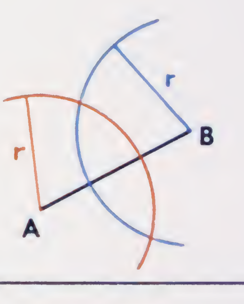
Докажите, что луч AD — биссектриса угла A.

Задача. Разделить отрезок AB пополам.

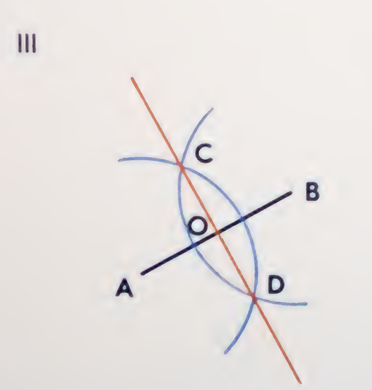
I



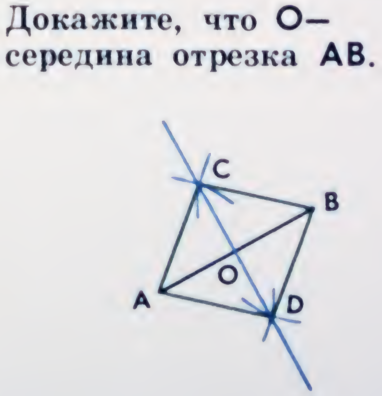
II



III



Докажите, что O — середина отрезка AB.



Задача. **Через данную точку O провести прямую, перпендикулярную прямой a. Случай I. O∈a.**

I

a

O

r_1

II

r_2

a

B

A

O

III

C

r_2

a

r_2

B

O

A

C

a

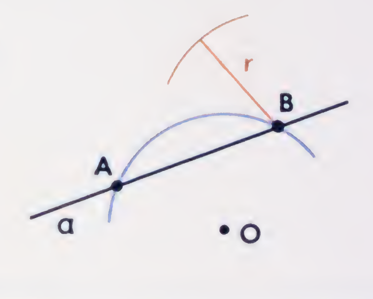
B

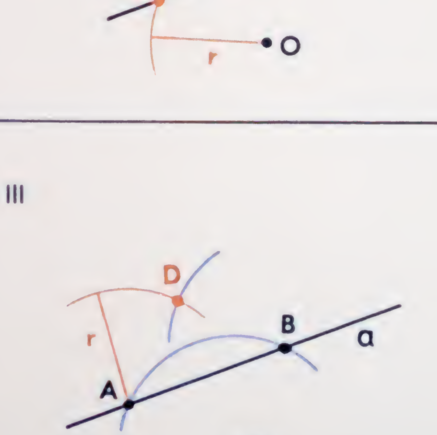
O

A

Докажите, что OC⊥a.

Задача. **Через данную точку O провести прямую, перпендикулярную прямой a. Случай II. O∉a.**

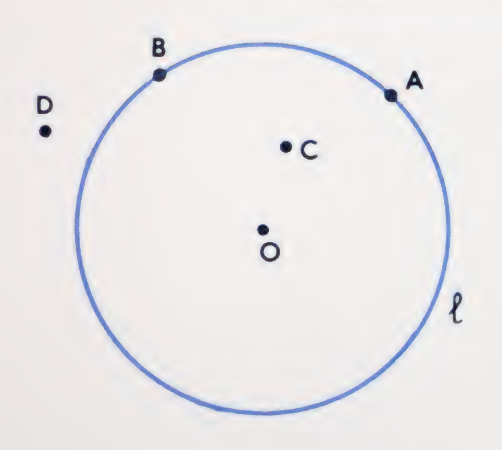






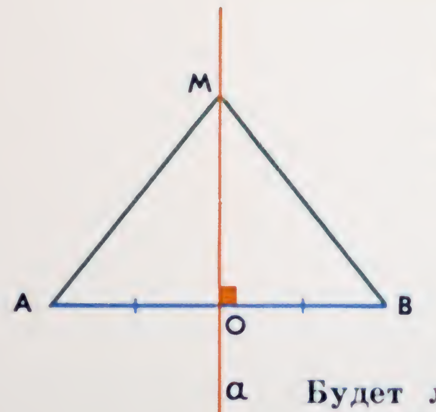
Докажите, что OD⊥a.

Геометрическим местом точек называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, обладающих определенным свойством.



Объясните, почему окружность является геометрическим местом точек, равноудаленных от данной точки.

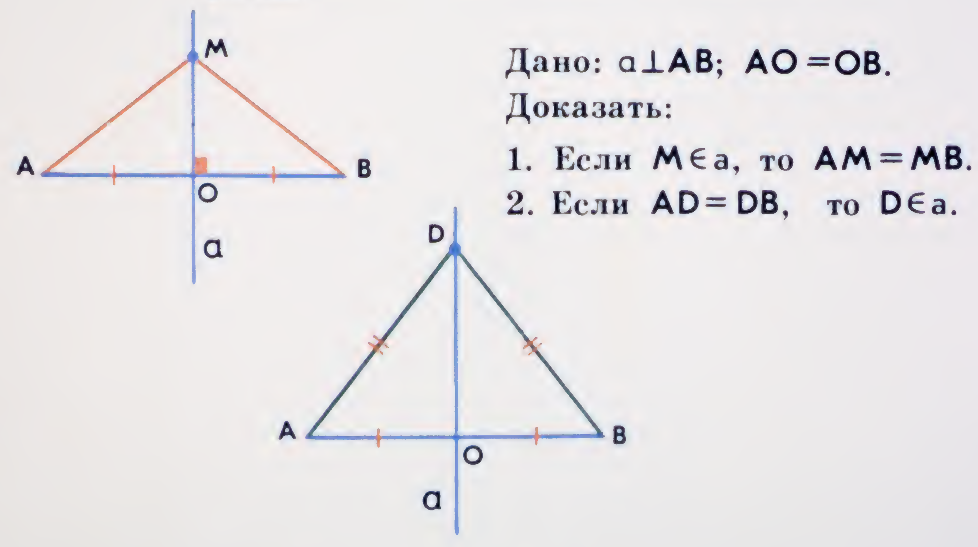
Теорема. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух данных точек, есть прямая, перпендикулярная к отрезку, соединяющему эти точки, и проходящая через его середину.



Дано: $a \perp AB$; $AO = OB$.
Доказать: a — геометрическое место точек, равноудаленных от A и B.

Будет ли теорема доказана, если установить, что любая точка прямой a равноудалена от A и B?

Можно ли кратко записать формулировку теоремы о геометрическом месте точек, равноудаленных от концов отрезка?



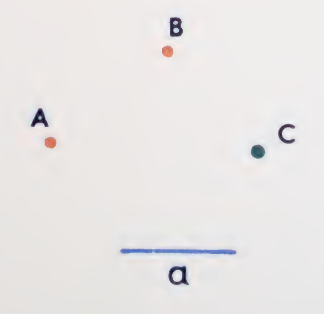
Дано: $a \perp AB$; $AO = OB$.

Доказать:

1. Если $M \in a$, то $AM = MB$.
2. Если $AD = DB$, то $D \in a$.

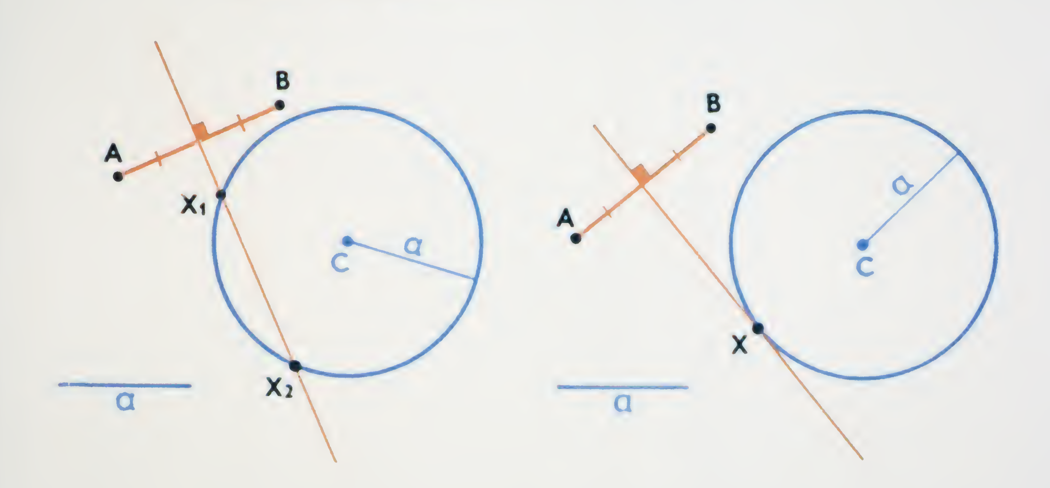
Докажите теорему.

Если геометрическим местом точек, которые удовлетворяют первому условию, является фигура F_1, а второму условию— фигура F_2, то обоим этим условиям удовлетворяют точки пересечения фигур F_1 и F_2.

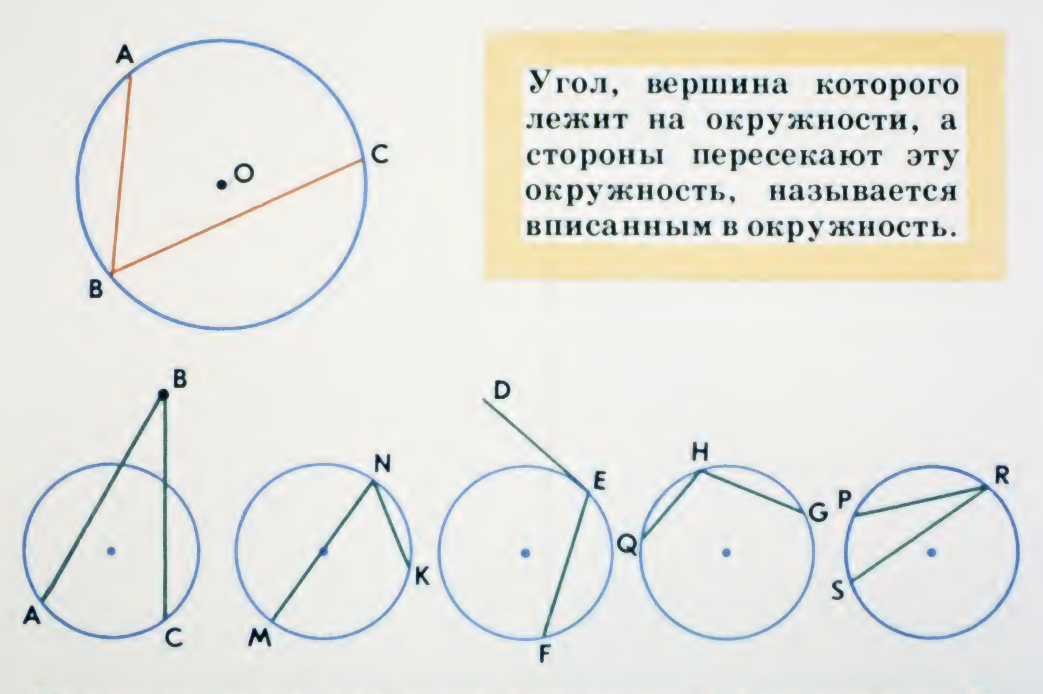


Задача. Даны три точки A, B и C. Как построить точку X, которая одинаково удалена от точек A и B и находится на расстоянии a от точки C?

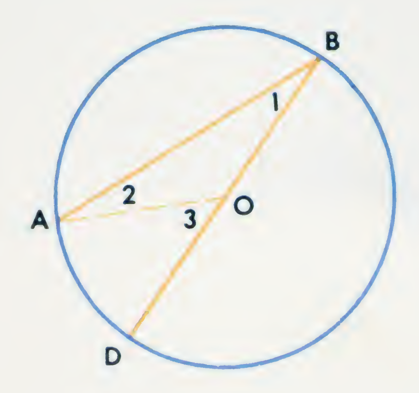
Решение задачи:



Здесь рассмотрены два случая решения задачи. Какой еще случай не рассмотрен?

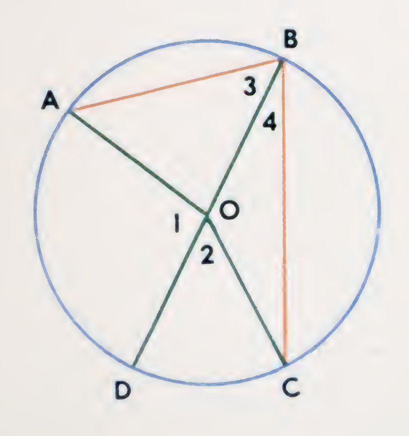


Какие из углов являются вписанными в окружность?



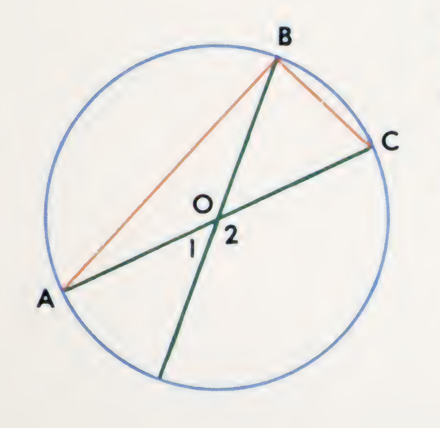
Угол ABD—вписанный, BD проходит через центр окружности.

1. Какой вывод можно сделать об углах 1 и 2; об угле 3 и сумме величин углов 1 и 2?
2. Докажите, что угол ABD равен половине угла между радиусами, проведенными в точки A и D.



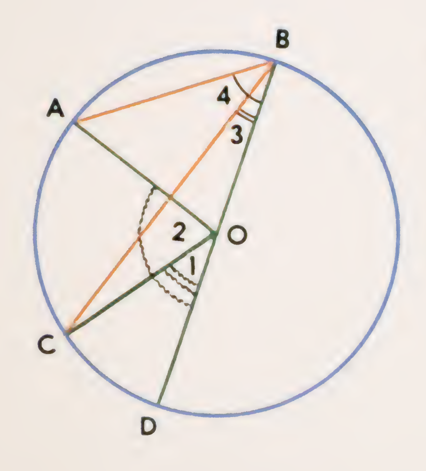
Угол ABC — вписанный. Центр окружности O находится между сторонами угла ABC.

Докажите, что угол ABC равен полусумме углов AOD и DOC.



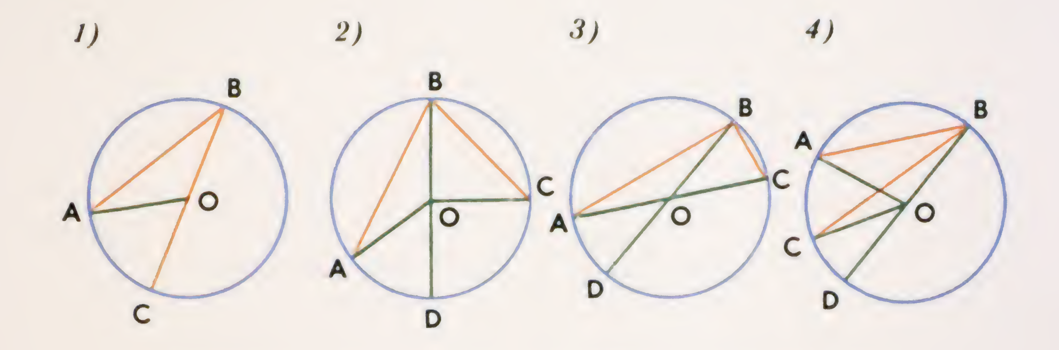
Угол ABC — вписанный. Хорда AC является диаметром окружности.

Докажите, что угол ABC—прямой.

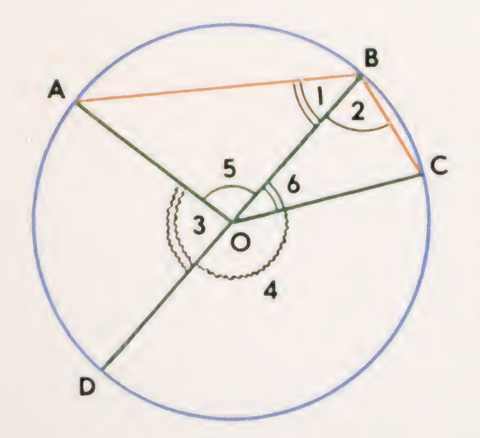


Угол ABC — вписанный. Центр окружности O находится вне угла ABC.

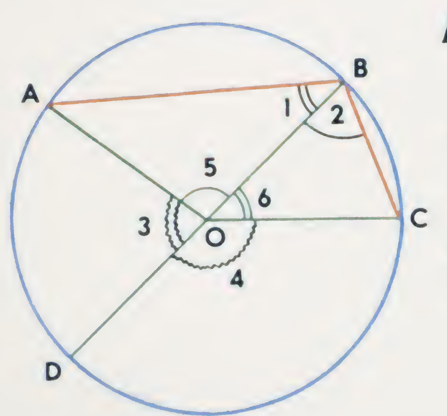
Докажите, что угол ABC равен полуразности углов AOD и COD.



Докажите, что если вершина вписанного угла ABC и центр окружности O лежат по одну сторону от прямой AC или AC—диаметр, то величина вписанного угла равна половине угла AOC.



Вершина вписанного угла ABC и центр окружности O лежат по разные стороны от прямой AC. Чему равен угол ABC, если угол AOC равен α?



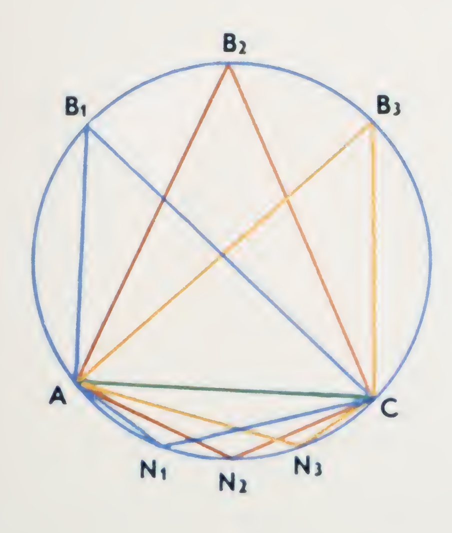
Решение. Мы установили, что

$\angle 1 = \frac{1}{2}\angle 3$; $\angle 2 = \frac{1}{2}\angle 4$; $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}\angle 3 + \frac{1}{2}\angle 4 = \frac{1}{2}(\angle 3 + \angle 4)$.

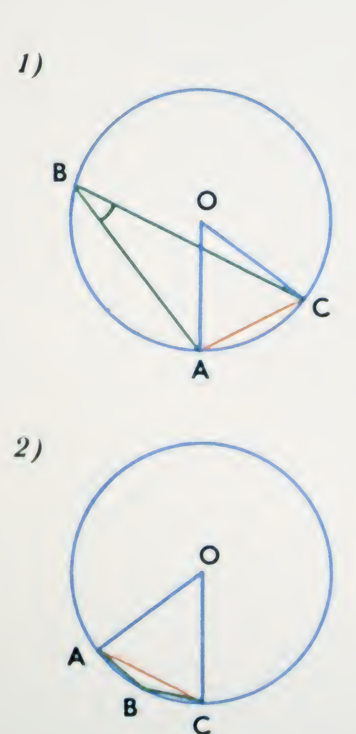
$\angle 3 = 180° - \angle 5$; $\angle 4 = 180° - \angle 6$.

$\angle ABC = \frac{1}{2}(180° - \angle 5 + 180° - \angle 6)$.

Чему же в рассматриваемом случае равен угол ABC, если угол AOC равен α?



Докажите, что равны все вписанные в окружность углы, стороны которых проходят через две данные точки окружности, а вершины лежат по одну сторону от прямой, соединяющей эти точки.



Точки A, B и C лежат на окружности. Чему равен угол ABC, если хорда AC равна радиусу окружности?

К сведению учителя

Диафильм предназначен для организации изложения теоретического материала, включенного в параграф «Геометрические построения» учебника «Геометрия 6—10» А. В. Погорелова.

Содержание материала разбито на фрагменты. В конце каждого фрагмента стоит знак ▲.

КОНЕЦ

Диафильм создан по программе,
утвержденной Министерством просвещения СССР.

Автор кандидат педагогических наук
М. ВОЛОВИЧ
Художник-оформитель В. ЕРМОЛАЕВА
Редактор И. КРЕМЕНЬ

Д-084-87

103062, Москва, Старосадский пер., 7
Цветной